EVASION TRIBUTARIA: UN RESUMEN DE LA TEORIA

José Yáñez H.*

EXTRACTO

En este trabajo se presenta un resumen de la teoría sobre evasión tributaria, analizándola desde la perspectiva de los contribuyentes y del gobierno.

ABSTRACT

In this paper we present a survey on tax evasion. We analyse the problem from the point of view of both the taxpayers and the government.

*Profesor investigador del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Chile.
Deseo expresar mis agradecimientos a los profesores señores, Francisco Javier Labbé y Alejandro Rodó por sus valiosos comentarios a una versión preliminar de este trabajo, presentada en el Encuentro Anual de Economistas, 1982.
La realización de este documento ha contado con el apoyo del Servicio de Desarrollo Científico, Artístico y de Cooperación Internacional de la Universidad de Chile, Proyecto C1478–821–3.

EVASION TRIBUTARIA: UN RESUMEN DE LA TEORIA

José Yáñez

1. INTRODUCCION

En el presente documento se abordará el tema de la evasión tributaria desde un punto de vista netamente teórico/ Creemos que este esfuerzo se justifica porque los desarrollos teóricos sobre la evasión tributaria son relativamente recientes y, por lo tanto, poco conocidos.

El objetivo es presentar la teoría hasta el nivel en que se encuentra hoy día, tanto para fines pedagógicos como de difusión, considerar su utilidad para analizar el caso chileno y exponer el grado de progreso alcanzado. Su aplicación a nuestro país será motivo de otro documento.

El trabajo se fundamenta en la lectura de la bibliografía relativa al tema, la cual sobre la década del 70 parte con los estudios económicos sobre los delitos y castigos, y continúa con la introducción de la incertidumbre en el análisis microeconómico.

Lo que se hace en este artículo es mostrar un modelo básico al cual se le va incorporando una serie de aportes que se han ido produciendo en el tiempo. El problema se estudia desde la perspectiva de los contribuyentes en forma individual, y también desde la del gobierno, y se observa cuáles son las medidas de política de que dispone la autoridad económica para combatir la evasión tributaria y luego se discute acerca de la combiuación de medidas de política más convenientes. Además, se presenta un modelo que considera una función objetivo diferente a la del modelo básico, y se comparan las conclusiones. También se pone énfasis en una presentación matemática que permite apreciar la aplicación del análisis de incertidumbre con bastante formalidad. Para lograr esto último, se decidió incluir un apéndice en el que se expone, en términos simples, la teoría de la toma de decisiones bajo riesgo.

Conviene también señalar que los avances teóricos sobre evasión tributaria se han concentrado en el análisis del impuesto sobre el ingreso, pero éste podría extenderse a otros impuestos, por ejemplo, el IVA.

2. EVASION TRIBUTARIA, EVITACION TRIBUTARIA Y MORATORIA TRIBUTARIA

Al iniciar el desarrollo del tema, pensamos que es necesario explicar los conceptos de evasión tributaria, evitación tributaria y moratoria tributaria, para lograr un conocimiento previo del problema a estudiar.

La evasión tributaria es un esfuerzo intencionado del contribuyente para escapar en forma permanente a sus obligaciones tributarias establecidas legalmente. Es decir, es una acción ilegal, que implica dolo y violación del espíritu y la letra de la ley sobre tributación. Esta evasión puede reducir la obligación tributaria parcialmente e inclusive totalmente.

La moratoria tributaria corresponde a la situación de no pago de la obligación en la fecha en que ésta vence. Generalmente significa un escape temporal al pago de la obligación, es un acto ilegal, que es sancionado por la autoridad. A veces la autoridad determina condonar las obligaciones en mora, y de esa manera el contribuyente termina no cancelando esos impuestos. La moratoria se puede producir por falta de conocimiento del contribuyente sobre las fechas de declaración y pago de los impuestos o por ser una acción rentable. Lo último, se produce cuando la tasa de castigo aplicada por el atraso en la cancelación de la deuda tributaria es inferior a la tasa de interés del mercado.

La evitación tributaria o el acto de evitar el pago de impuestos es una acción legal, por la cual el contribuyente ajusta su conducta económica de manera tal que reduce sus obligaciones tributarias. En el corto plazo, este hecho puede ocurrir mediante el uso de los llamados resquicios legales, es decir, aprovechar en su favor todos aquellos aspectos que no están considerados o bien definidos en la ley. En el largo plazo, puede presentarse por intermedio de la creación de grupos de presión que muevan a la autoridad a reformular la ley, favoreciendo sus intereses.

La diferencia fundamental entre la evasión y la moratoria consiste en que, en la segunda, el contribuyente reconoce su obligación tributaria, en cambio, no ocurre lo mismo con la evasión.

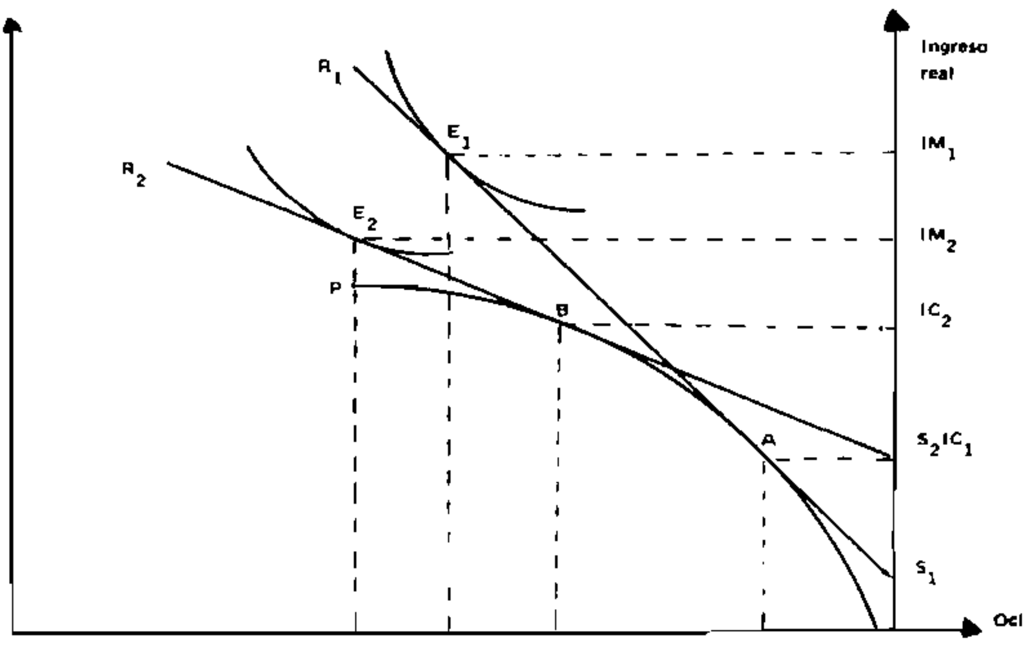
La evitación se distingue de la evasión y la moratoria en que la primera es legal; las otras, no.

En seguida, expondremos un ejemplo, tomado del libro de Brown y Jackson, para mostrar más claramente la diferencia entre evasión y evitación.

Consideremos la elección de un individuo entre trabajo realizado en el mercado (trabajo explícitamente remunerado) y trabajo realizado en casa (trabajo implícitamente remunerado). Labores de este último tipo son decorar y/o arreglar la casa propia, cultivar vegetales para el consumo propio, reparar un artefacto doméstico propio, etc. En general, el trabajo de mercado es gravado, pero no ocurre igual cosa con el trabajo de casa. Por lo tanto, el sistema tributario está creando un incentivo para reemplazar trabajo de mercado por trabajo de casa. Al aplicar un impuesto sobre el ingreso del trabajo de mercado, no sabemos que sucede con el total de horas trabajadas (en el mercado y la casa), pero sí se puede predecir que existirá un aumento en el tiempo dedicado a trabajar en casa.

La ilustración de esta argumentación se ve en el gráfico 1.

Gráfico I



La curva PP representa la función de producción de trabajar en casa, la pendiente de cualquier recta tangente sobre algún punto de ella mide la productividad marginal del trabajo en casa (PMFTC), se supone que hay retornos decrecientes al factor.

Para una tasa de salario de mercado representada por la pendiente de la recta $S_1 R_1$, un equilibrio de este individuo se producirá donde $S_1 R_1$ = PMFTC, él trabaja PC_1 horas en casa. El otro punto de equilibrio es donde $S_1 R_1$ = TMSIO (tasa marginal de sustitución entre ingreso y ocio), el cual determina la cantidad total de tiempo de trabajo (PM_1). Combinando ambos resultados, determinamos que esta persona trabaja C_1M_1 horas en el mercado y no trabaja (en el sentido definido anteriormente) M_10 horas.

En el eje vertical, podemos apreciar que IC_1 es el ingreso implícito generado trabajando en casa, e ($IM_1 - IC_1$) es el ingreso (explícito) ganado en el mercado. $S_1 R_1$ es la recta de presupuesto del individuo, y pasa por el punto **A**, para incorporar el ingreso que está asociado con el trabajo efectuado en casa. El ingreso producido en casa es considerado como un ingreso de suma fija al tomar la decisión de cuántas horas va a trabajar.

Supongamos que anteriormente no existían impuestos, y que ahora se decide establecer un impuesto sobre el ingreso originado en el mercado. Este hecho implica para el individuo que ha cambiado la tasa de salario pertinente para su toma de decisiones. El considerará la tasa de salario representada por la pendiente de la recta S_2R_2, que es la tasa de salario neta de impuesto. El primer equilibrio se traslada desde el punto **A** al **B**, con un aumento de las horas trabajadas en casa desde PC_1 a PC_2. Recientemente se dijo que el efecto sobre el total de horas trabajadas depende de los efectos de sustitución e ingreso que estén en operación. En el gráfico, suponemos que el efecto de ingreso predomina sobre el de sustitución, pero la magnitud del trabajo ejecutado en el mercado disminuye con relación a la situación inicial. Esto se observa al considerar el segundo punto de equilibrio, que da un total de PM_2 horas trabajadas, de C_2M_2 horas trabajadas en el mercado y C_1M_1 resulta mayor que C_2M_2. El ingreso producido en casa sube a IC_2, el ingreso total cae a IM_2 y el ingreso producido en el mercado desciende a I_2M_2.

La traslación de horas de trabajo en el mercado a horas de trabajo en casa lleva implícita una pérdida de bienestar, ya que la productividad marginal del trabajo en el mercado es más alta que en la casa.

En resumen, lo que nos preocupará de aquí en adelante, será solo la evasión tributaria.

3. PRESENTACION DEL PROBLEMA

El problema de la evasión tributaria tiene, a lo menos, dos puntos de vista distintos que son de gran interés para el análisis económico. El primero, el punto de vista del contribuyente, quien debe decidir sobre si evade o no evade el impuesto; el segundo, el punto de vista del Gobierno, el cual debe procurar que los contribuyentes no evadan los impuestos, y tomar las medidas de política apropiadas para evitar que este hecho ocurra.

Mirando el problema desde la perspectiva del contribuyente, vemos que la acción de declarar los impuestos se realiza bajo incertidumbre. Además, la acción de declarar menos ingresos o evadir impuestos no provoca una reacción automática por parte de la autoridad económica en la forma de una sanción.

Los contribuyentes a nivel individual pueden seguir cualquiera de dos comportamientos alternativos:

i) Pueden declarar su ingreso verdadero

ii) Pueden declarar una cantidad de ingreso menor a la verdadera.

Indudablemente que estamos interesados en la segunda estrategia, la cual puede producir uno de los siguientes dos resultados:

– El contribuyente no es fiscalizado o su declaración es aceptada por la autoridad económica, en cuyo caso tendrá un nivel de utilidad superior al derivado de la primera estrategia.

– El contribuyente es fiscalizado y, por lo tanto, la autoridad económica detecta la evasión. En este caso, estará en peor situación que bajo la estrategia primera, en el sentido de que tendrá un nivel de utilidad inferior.

Por lo tanto, lo que interesa estudiar, desde el punto de vista de los contribuyentes, es el monto de la evasión, y cómo ésta reacciona ante cambios en el ingreso verdadero, tasa marginal de impuesto, tasa de castigo, probabilidad de fiscalización, función objetivo, etc.

Adoptando la visión de la autoridad económica, vemos que a ella le interesa obtener una cierta recaudación tributaria, la cual debe extraerse en forma justa de los miembros de la sociedad. Como la evasión disminuye la recaudación tributaria conseguida e introduce injusticias en el aporte de los diferentes agentes, se hace necesario que el Gobierno se preocupe de solucionar este problema. El Gobierno tiene en sus manos dos instrumentos de política para usarlos:

i) La tasa de castigo (tanto en sus componentes monetarios como no monetarios).

ii) La probabilidad de fiscalización.

En la literatura, ambos instrumentos son presentados como sustitutos en una gran extensión. Es decir, se habla de una alta tasa de castigo con una pequeña probabilidad de fiscalización o viceversa. El beneficio derivado de ellos es la reducción en la evasión, y sus costos pueden ser diferentes. La tasa de castigo implica el aparato judicial ; éste podría ser el único costo si las sanciones se estipulan solamente en términos monetarios (multas), pero si además existen sanciones de privación de libertad o cierre de actividades, los costos son mayores ya que hay que agregar gastos en cárceles y servicios de policía. La probabilidad de fiscalización también conlleva el costo del aparataje judicial, junto con los recursos dedicados a la fiscalización (inspectores de las declaraciones, computación, etc.) y cumplimiento de las sanciones. De aquí se deduce que la tasa de castigo es un instrumento que podría ser más barato al Gobierno. Pero, obviamente que no podemos pensar que la tasa de castigo se elevase al infinito o tome cualquier valor, ya que es necesario que la sanción guarde una cierta relación con el delito. El Gobierno debe entonces decidir qué instrumentos o combinación de ellos va a usar para combatir la evasión.

Se procederá a definir los supuestos del modelo básico, para luego resolver el problema del contribuyente y del Gobierno, también posteriormente se irán alterando algunos de esos supuestos, y se verá qué sucede con los resultados obtenidos previamente.

1 SUPUESTOS DEL MODELO BASICO

A continuación se enunciarán los supuestos del modelo de evasión tributaria de un contribuyente:

– El contribuyente se conduce de acuerdo con los axiomas de comportamiento de Von Neumann–Morgenstern bajo incertidumbre.[1]

– La función de utilidad del contribuyente tiene como único argumento el ingreso ($U(I)$).

– El contribuyente es adverso al riesgo,[2] por lo cual su utilidad marginal del ingreso es positiva y decreciente. Esto significa que la primera

[1] J.M. Henderson y R.E. Quandt, *Microeconomic theory: A mathematical approach*, Mac Graw Hill, 3ª edición, 1980, nos brinda una enumeración y explicación de estos axiomas.
[2] Véase apéndice.

derivada de la función de utilidad, $U'\{I\}$, es positiva; y la segunda derivada es negativa, $U''\{I\} < 0$.

- El ingreso verdadero del contribuyente, I, es conocido por éste, pero no por el organismo recaudador de impuestos. En nuestro modelo, es una variable exógena dada.

- El contribuyente estará afecto a un impuesto proporcional sobre el ingreso declarado (X). El impuesto será por lo tanto una tasa fija (t) aplicada sobre X, es decir, el pago tributario expresado en unidades monetarias es t X.

- El ingreso declarado, X, es una variable decidida por el contribuyente. Obviamente que si $I - X > 0$ existirá evasión tributaria; si $I - X = 0$, no hay evasión tributaria.

- La probabilidad de que el contribuyente sea objeto de una investigación por parte de la autoridad fiscalizadora de impuestos es p. Inicialmente será considerada como un dato. Por lo tanto, $(1 - p)$ es la probabilidad de no ser investigado y de tener éxito en la evasión.

- La tasa de castigo por la evasión tributaria, B, se aplica sobre el ingreso no declarado, $I - X$, y será obviamente mayor que t. El castigo puede ser en dinero o en cárcel, pero para los efectos de este modelo se expresará todo en su equivalente en dinero (lo cual será calculado por el propio contribuyente afectado en la toma de decisión). Se considera conocida.

- El problema del contribuyente es encontrar el valor de X que maximizará la siguiente función de utilidad esperada:[3]

$$E\{U\} = (1 - P)\, U\{I - tX\} + p\, U\{I - tX - B\,(I - X)\} \qquad (1)$$

5. LA SOLUCION DEL PROBLEMA

Determinemos las condiciones de primer orden para la existencia de un máximo interior, esto es, calcular la derivada parcial[4] de $E\{U\}$ con respecto a X e igualarla a cero.

[3] A fin de facilitar la comprensión de la notación matemática, se utilizará el paréntesis de llave para denotar relación funcional, y paréntesis redondo y cuadrado para indicar una multiplicación.

[4] La letra d denotará la derivada parcial.

$$\frac{d\,E\{U\}}{d\,X} = -t\,(1-p)\,U'\{I-tX\} - (t-B)p\,U'\{I-tX-B\,(I-X)\} = 0 \qquad (2)$$

La condición de segundo orden es

$$G = \frac{d^2E\{U\}}{dX^2} = t^2\,(1-p)\,U''\,\{I-tX\} + (t-B)^2\,p\,U''\{I-tX-B\,(I-X\}< 0 \qquad (3)$$

la cual es satisfecha por que $U'' < 0$ y todos los demás elementos en la expresión son positivos.

Como no se puede aceptar anticipadamente que X caerá en el intervalo cerrado $0 < X < I$, hay que determinar las condiciones que deben cumplir los valores de los parámetros para obtener una solución interior. Para ello, evaluamos la expresión (2) en el caso en que no hay evasión* $(X = 0)$ y cuando hay máxima evasión $(X = I)$.** La primera evaluación debe guiar hacia un resultado positivo, y la segunda a uno negativo.

Efectuando los cálculos mencionados precedentemente, tenemos

$$\left.\frac{d\,E\{U\}}{dX}\right|_{X=0} \Longrightarrow pB > t\left[\,p + (1-p)\,\frac{U'\,\{I\}}{U'\,\{I\,(1-t)\}}\right] \qquad (4)$$

'B'

$$\left.\frac{d\,E\,\{U\}}{dX}\right|_{X=I} \Longrightarrow pB < t \qquad (5)$$

La expresión (4) en su lado derecho es positiva y menor que 1 porque t, p y $(1-p)$ son menores que 1. Además, la razón de utilidades marginales también es menor que 1, como consecuencia de que la utilidad marginal del ingreso es decreciente y que el nivel de ingreso implícito en el denominador es menor que el del numerador.

Entonces, para obtener una solución interior, los valores de los parámetros deben cumplir la siguiente relación:

$$t\left[\,p + (1-p)\,\frac{U'\,\{I\}}{U'\,\{I\,(1-t)\}}\right] < pB < t \qquad (6)$$

El lado derecho de la desigualdad significa que si la tasa de castigo esperada (pB) es menor que la tasa que le corresponde pagar (t), el contribuyente ocultará parte de su ingreso a la autoridad recaudadora de impuestos.

* X=0 → maxima evasion

** X=I → no hay evasion

6. CAMBIOS EN LOS PARAMETROS DEL MODELO

Serán examinados a continuación los efectos sobre el ingreso declarado de cambios en los parámetros del modelo. Los parámetros son **I, t, b** y **p.**

6.1. Cambios en I

Para determinar el efecto de cambios en I sobre X, debemos derivar parcialmente la ecuación (2) y obtener dX/dI.[5]

$$\frac{dX}{dI} = \frac{t(1-p)\,U''\{I-tX\} + (t-B)\,(1-B)p\,U''\{I-tX-B(I-X)\}^{6}}{G} \qquad (7)$$

Sabemos que $U'' < 0$, $G < 0$ y $t < B$, por lo tanto, dX/dI será mayor que cero solamente si $B \geqslant 1$. Lo cual significaría que un aumento en el ingreso verdadero llevaría a un aumento en el ingreso declarado.

Esta condición también se puede poner en términos de la medición absoluta de la aversión al riesgo de Arrow–Pratt.[7] Utilizando la ecuación (2) y sustituyendo en (7) y multiplicando apropiadamente cada término por 1, llegamos a

$$\frac{dX}{dI} = \frac{-1}{G}\, t(1-p)\,U'\{I-tX\}[R_A\{I-tX\} - (1-B)R_A\{I-tX-B(I-X)\}] \qquad (8)$$

El término del lado derecho del signo igual y fuera del paréntesis cuadrado es positivo. Adoptando el supuesto de aversión al riesgo absoluto decreciente, tendremos que $R_A\{I-tX\}$ será menor que $R_A\{I-tX-B(I-X)\}$ y, por lo tanto, la expresión dX/dI será positiva si $B \geqslant 1$.

También es importante estudiar qué es lo que sucede con la razón entre ingreso declarado e ingreso verdadero, X/I, cuando se altera el ingreso verdadero, o sea, ver el signo de la derivada d(X/I)/dI. Esto es equivalente a evaluar la expresión siguiente:

$$\frac{d\,(X/I)}{dI} = \frac{1}{I^2}\left[\frac{dX}{dI}I - X\right] \qquad (9)$$

Empleando (7), (3) y (2), y ejecutando una factorización adecuada arribamos a

[5] Recordemos que la derivada parcial dY/dX de la función implícita $H = f(X, Y) = 0$ es igual a $-\frac{Hx}{Hy}$, donde Hx es df (X,Y)/dX y Hy es df (X,Y)/dY.

[6] **G** se encuentra definida en la ecuación (3) y corresponde a la derivada parcial de la función implícita con respecto a la variable **X**.

[7] Vease apéndice.

$$\frac{d(X/I)}{dI} = \frac{-1}{I^2} \cdot \frac{1}{D} \cdot [t(I-p)\, U'\{I-tX\}] \cdot [R_R\{I-tX\} - R_R\{I-tX-B\,(I-X)\}] \qquad (10)$$

donde $R_R\ \{\cdot\}$ es la medición relativa de la aversión al riesgo de Arrow--Pratt.

La conclusión es entonces: Cuando el ingreso verdadero varía, el ingreso declarado expresado como fracción del ingreso verdadero aumenta, permanece constante o disminuye según la aversión relativa al riesgo sea una función creciente, constante o decreciente del ingreso.

Lamentablemente, este modelo tan simplificado no nos ha brindado una solución única y clara a la pregunta de esta sección.

6.2. Cambios en t

Vamos ahora a calcular la reacción del ingreso declarado frente a variaciones en la tasa del impuesto proporcional sobre el ingreso. Para lo cual debemos derivar parcialmente la ecuación (2) y obtener dX/dt, luego multiplicar apropiadamente por 1, y finalmente usar (2) para efectuar una sustitución de variables, así obtenemos

$$\frac{dX}{dt} = \frac{1}{G}\, X\, t(1-p)\, U'\,\{I-tX\}[R_A\{I-tX\} - R_A\{I-tX-B(I-X)\}t]$$

$$+ \frac{1}{G}\ [(1-p)\ U'\ \{I-tX\} + pU'\ \{I-tX-B(I-X)\}\ ] \qquad (11)$$

El segundo término de la expresión (11) es negativo, y el primero será positivo, cero o negativo si la aversión absoluta al riesgo es decreciente, constante o creciente. Por lo tanto, no hay una respuesta clara a esta pregunta.

6.3. Cambios en B

Para precisar cómo cambia el ingreso declarado ante variaciones en la tasa de castigo, debemos obtener la derivada dX/dB empleando la ecuación (2).

$$\frac{dX}{dB} = \frac{-1}{G}\ (1-X)\ (t-B)p\ U''\ \{I-tX-B(I-X)\}\ \ \frac{1}{G}\, p\ U'\ \{I-tX-B(I-X)\} \qquad (12)$$

Claramente, esta expresión es mayor que cero. Es decir, frente a un aumento de la tasa de castigo, el contribuyente aumenta el ingreso declarado o disminuye su evasión, y viceversa.

6.4. Cambios en p

Investiguemos ahora qué sucede con X cuando varía la probabilidad de ser investigado y detectado en la evasión. Para conocer esto, necesitamos determinar dX/dp.

$$\frac{dX}{dp} = \frac{1}{G} \left[-U' \{I - tX\} + (t - B) U' \{I - tX - B(I - X)\} \right] \qquad (13)$$

Indiscutiblemente, el signo de esta derivada es positivo, implicando con ello que, con un aumento en la probabilidad de fiscalización de los contribuyentes, éstos aumentarán la cantidad de ingreso declarada y disminuirán la evasión.

En resumen, podemos señalar que este modelo a veces no rinde los resultados simples que uno desearía obtener; ello sucede con las variables ingreso verdadero y tasa de impuesto. Sin embargo, estos resultados no se repiten en los casos de las variables tasa de castigo y probabilidad de fiscalización de los contribuyentes; ambas constituyen herramientas de política que pueden ser utilizadas por la autoridad económica. Estos dos instrumentos son sustitutos entre sí; por ejemplo, una caída en recaudación tributaria producida por una disminución en p, puede ser compensada por un aumento en B. La autoridad controla directamente B e indirectamente p, mediante los gastos efectuados en labores de fiscalización tributaria.

7. MODIFICACIONES AL MODELO BASICO

Este modelo básico presentado por Allingham y Sandmo ha recibido una serie de adiciones de parte de estos mismos autores y otros, las cuales han tendido a darle un carácter más realista. A continuación se procederá a incorporar estas mejorías, entre las que se encuentran: la probabilidad de fiscalización dependiente del ingreso declarado; un sistema tributario sobre el ingreso de tipo progresivo; la tasa de castigo como una función de la proporción de ingreso no declarado, (I - X)/I; puntos de vista de la autoridad recaudadora; la asignación de recursos a las labores de fiscalización, etc.

7.1. Factores no pecuniarios en la decisión de evadir impuestos

El modelo recién presentado pone todo el énfasis en que las variables que explican la decisión de evadir impuestos son de tipo pecuniario, tanto los beneficios como los costos. Allingham y Sandmo ofrecen una alternativa a su modelo básico antes expuesto, que toma en cuenta factores de naturaleza no pecuniaria. Ellos proponen introducir en el modelo una variable que refleje el efecto negativo sobre la reputación del contribuyente dentro de la comunidad por el hecho de ser un evasor de impuestos. Esta variable será denotada por s, se incorporará en la función de utilidad del contribuyente y asumirá diferentes valores que dependerán del hecho de ser o no ser descubierta la evasión tributaria.

El problema central del contribuyente se transforma entonces en la maximización de

$$E\{U\} = (1-p)\, U\{I-tX, s_0\} + p\, U\{I-tX-B(I-X), s_1\} \tag{14}$$

La condición de primer orden es

$$\frac{dE\{U\}}{dX} = -t\,(1-p)\, U'\{I-tX, s_0\} - (t-B)p\, U'\{I-tX-B(I-X), s_1\} = 0$$

La condición de segundo orden para un máximo se cumple. Luego, lo más interesante de esta alteración es ver qué sucede con las condiciones (valores de los parámetros) para obtener una solución interior ($X < I$).

Para determinar estas condiciones, se procede exactamente como se hizo en el modelo primario.

$$\left.\frac{dE\{U\}}{dX}\right|_{X=0} \Longrightarrow pB > t\left[p + (1-p)\,\frac{U'\{I, s_0\}}{U'\{I(1-B), s_1\}}\right]$$

$$\left.\frac{dE\{U\}}{dX}\right|_{X=I} \Longrightarrow pB < t\left[p + (1-p)\,\frac{U'\{I(1-t), s_0\}}{U'\{I(1-t), s_1\}}\right]$$

Por lo tanto, las condiciones son

$$t\left[p + (1-p)\,\frac{U'\{I, s_0\}}{U'\{I(1-B), s_1\}}\right] < pB < t\left[p + (1-p)\,\frac{U'\{I(1-t), s_0\}}{U'\{I(1-t), s_1\}}\right]$$

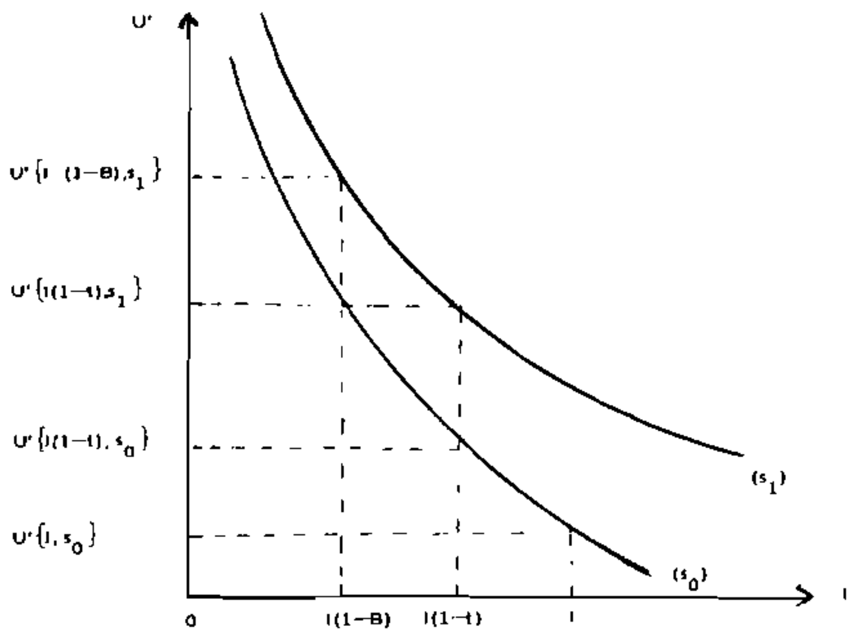
Allingham y Sandmo presumen que $U'\{I(1-t), s_0\} < U'\{I(1-t), s_1\}$, debido a que sostienen una relación inversa entre reputación y utilidad marginal del ingreso, o sea, una mejor reputación implica una caída en la utilidad marginal del ingreso. Así es como la reputación e ingreso son sustitutos en el sentido cardinal. Por lo tanto, s_0 denota una mejor reputación que s_1, y esto, combinado con un mismo nivel de ingreso, se traduce en la relación supuesta al comienzo de este párrafo. También se infiere que el cuociente entre estas variables, colocado en el lado derecho de la desigualdad anterior, es menor que 1, al igual que el término entre paréntesis cuadrados, lo cual transforma todo el lado derecho en un número menor que t. Recordemos que, en el modelo básico, este lado es exactamente igual a t; por lo tanto, se deduce que ahora la condición para evadir impuestos es mucho más estricta que antes.

Para finalizar con la demostración, se puede probar fácilmente que

$$\frac{U' \{I, s_0\}}{U' \{I(1-B), s_1\}} < \frac{U' \{I(1-t), s_0\}}{U' \{I(1-t), s_1\}}$$

Lo describiremos gráficamente para una mayor claridad.

Gráfico 2



7.2. La probabilidad de ser fiscalizado depende del nivel de ingreso declarado, $p = p\{X\}$

Esta innovación fue introducida por Allingham y Sandmo, y el punto central es precisar la forma de esta relación funcional. Específicamente, si $p'\{X\}$ debe ser positiva o negativa. Correspondería hacerla positiva si se piensa que son los ricos los que probablemente evaden más impuestos. Sería negativa si es más probable que las personas que declaran bajos ingresos estén evadiendo. La elección parece difícil, pero si se parte del supuesto de que la autoridad conoce la profesión del contribuyente y tiene alguna idea acerca de los ingresos normales que se ganan en cada una de ellas, se puede plantear la formulación de la función $p\{X\}$ para cada profesión con $p'\{X\} < 0$. Luego, una persona que declare ingresos por debajo del promedio de su profesión tiene una probabilidad más alta de ser fiscalizada que una con ingresos declarados por sobre el promedio. Al mismo tiempo, las funciones $p\{X\}$ pueden subir de nivel a medida que aumente el ingreso promedio de las diferentes profesiones.

El problema fundamental del contribuyente se puede escribir ahora como la maximización de:

$$E\{U\} = [1 - p\{X\}]\, U\{I - tX\} + p\{X\}\, U\{I - tX - B(I - X)\} \tag{15}$$

La condición de primer orden es:

$$\frac{dE\{U\}}{dX} = -p'\{X\}U\{I - tX\} - t[1 - p\{X\}]\, U'\{I - tX\} + p'\{X\}U\{I - tX - B(I - X)\}$$

$$-(t - B)\, p\{X\}U'\{I - tX - B(I - X)\} = 0 \tag{16}$$

La condición de segundo orden es $\dfrac{d^2E\{U\}}{dX^2} = G^* < 0$. Para que esto se cumpla sin problemas, se supone que $p''\{X\} \geqslant 0$.

A continuación se apreciará cuál es el efecto sobre la cantidad de ingreso declarado de un cambio en la tasa de castigo y una traslación de la función $p\{X\}$. Se calcula solo para estas dos variables, ya que ellas arrojaron resultados muy precisos en el modelo básico.

El efecto sobre **X** de un cambio en **B**, lo podemos obtener determinando la derivada parcial dX/dB, en la función implícita (15).

$$\frac{dX}{dB} = -\frac{1}{G^*}\left[(I - X)\, p'\{X\}U'\{I - tX - B(I - X)\}\right] - \frac{1}{G^*}\left[(t - B)\, p\{X\}U''\{I - tX - B(I - X)\}\right]$$

$$-\frac{1}{G^*}\left[p\{X\}U'\{I - tX - B(I - X)\}\right] \tag{17}$$

Recordando que $p'\{X\}$ y G^* son negativos, vemos que la derivada es positiva, señalándonos que, frente a un aumento en la tasa de castigo, el ingreso declarado aumenta y la evasión disminuye. Es decir, se mantiene el resultado del modelo inicial.

En relación con el efecto de un cambio en p{X} sobre X, ahora no podemos utilizar la derivada parcial dX/dp, ya que p es una variable endógena. A pesar de esto, aún es posible analizar un movimiento de la función p{X}, para lo cual se puede plantear como p{X} + E, derivándola posteriormente con respecto a E y evaluando la derivada en E = 0. Este método produce como resultado

$$\frac{dX}{dE} = \frac{1}{G^*} [-t\,U'\{I-tX\} + (t-B)\,U'\{I-tX-B(I-X)\}] \tag{18}$$

Esta relación es positiva, indicando con ello que una traslación positiva en la función p{X} aumentará el ingreso declarado y disminuirá la evasión. Este resultado es similar al obtenido anteriormente.

7.3. La tasa de impuesto depende del nivel de ingreso verdadero, $t = t\{I\}$

Al considerar esta función de impuestos, supondremos que el sistema tributario es de tipo progresivo. Es decir, las tasas marginales de impuesto son positivas, $t' > 0$, y crecen con el nivel de ingreso, $t'' > 0$. Cuando el nivel de ingreso verdadero es cero, la tasa marginal de impuesto y la cantidad de impuesto por pagar es cero, $t\{0\} = 0$.

El problema de maximización del contribuyente es

$$E\{U\} = (1-p)\,U\{I-t\{I\}X\} + p\,U\{I-t\{I\}X - B(I-X)\} \tag{19}$$

La condición de primer orden es

$$\frac{dE\{U\}}{dX} = -t\{I\}(1-p)\,U'\{I-t\{I\}X\} - (t\{I\}-B)\,pU'\{I-t\{I\}X - B(I-X)\} = 0$$

La condición de segundo orden (G') es

$$\frac{d^2E\{U\}}{dX^2} = t^2\{I\}(1-p)\,U''\{I-t\{I\}X\} + (t\{I\}-B)^2\,p\,U''\{I-t\{I\}X - B(I-X)\} < 0$$

Ahora se analizarán qué efectos tienen sobre el ingreso declarado un cambio en la probabilidad de fiscalización y un cambio en la tasa de castigo, respectivamente. Para ello se calcularán las derivadas pertinentes

$$\frac{dX}{dp} = - \frac{[t\{I\}U'\{I-t\{I\}X\} - (t\{I\}-B)\, p\, U'\{I-t\{I\}X - B(I-X)\}]}{G'} > 0$$

$$\frac{dX}{dB} = - \frac{[p\, U'\{I-t\{I\}X - B(I-X)\} + (t\{I\}-B\, p\, U''\{I-t\{I\}X - B(I-X)\}(I-X)]}{G'} > 0$$

Como se puede advertir, ambas derivadas parciales son positivas, esto significa que un aumento en **p** o en **B** induce a los contribuyentes a aumentar el ingreso declarado y disminuir la evasión. Las otras derivadas consideradas cuando se estudió el modelo básico no se han incluido por no producir resultados precisos como los anteriores. Implícito en la evaluación de las derivadas se encuentra el supuesto de que la tasa de castigo siempre es mayor o igual a la tasa marginal de impuesto que le correspondería pagar al contribuyente si él no lo evade.

7.4. La tasa de castigo depende de la tasa marginal de impuesto y del ingreso no declarado, B = B{t'{I}, I–X}

Lo primero que se abordará es una mayor especificación de la función de castigo. La tasa de castigo, para que constituya efectivamente una barrera a la evasión de impuesto, debe resultar para cualquier contribuyente de un nivel igual a la tasa marginal de impuesto al ingreso que le habría correspondido pagar si no hubiese efectuado evasión más algunos puntos adicionales que corresponden a la sanción propiamente tal. Por dicha razón se ha decidido postular la función de castigo como dependiente de la tasa marginal de impuesto, pero como ésta a su vez depende del nivel de ingreso verdadero, de aquí en adelante se escribirá la última variable en reemplazo de la primera como uno de los argumentos de **B**. Y la sanción propiamente tal se hará depender del monto de la evasión o la diferencia I–X.

La función de castigo nos dará una relación creciente con el ingreso verdadero, ya que estamos en una economía con un sistema tributario progresivo, con t'{I} creciente. Por lo tanto, $dB/dI > 0$, y además, $d^2B/dI^2 > 0$. O sea, este componente del castigo crece a tasa creciente. Al mismo tiempo, la función de castigo nos brindará una relación directa y creciente con el ingreso no declarado, es decir, $dB/dN > 0$ y $d^2B/dN^2 > 0$ (donde N es usado para denotar el ingreso no declarado o la diferencia I–X).

El problema de maximización del contribuyente, es entonces

$$E\{U\} = (1-p)\, U\{I-t\{I\}X\} + p\, U\{I-t\{I\}X - B\{I, I-X\}(I-X)\} \quad (20)$$

La condición de primer orden queda

$$\frac{dE\{U\}}{dX} = -t\{I\}(1-p)\,U'\{I-t\{I\}X\} - p\,U'\{I-t\{I\}X - B\,\{I,(I-X)\}\}\cdot$$

$$\left(t\{I\} - B\{I,(I-X)\} - B'\{I,(I-X)\}(I-X)\right) = 0$$

La condición de segundo orden es

$$G'' = \frac{d^2E\{U\}}{dX^2} = t^2\{I\}(1-p)\,U''\{I-t\{I\}X\} + p\,U''\{I-t\{I\}X - B\{I,(I-X)\}(I-X)\}\cdot$$

$$(t\{I\} - B\{I,(I-X)\} - B'\{I,(I-X)\}(I-X))^2 - p\,U'\{I-t\{I\}X$$

$$-B\{I,(I-X)\}(I-X)\}\cdot(B\{I,(I-X)\} + B''\{I,(I-X)\}(I-X)$$

$$+ B'\{I,(I-X)\}) < 0$$

Enseguida veremos los efectos sobre X de un cambio en p, o sea, determinamos

$$\frac{dX}{dp} = -[t\{I\}U'\{I-t\{I\}X\} - (t\{I\} - B\{I,(I-X)\} - B'\{I,(I-X)\}(I-X))\cdot$$

$$U'\{I-t\{I\}X - B\{I,(I-X)\}(I-X)\}] / G'' > 0$$

Otra vez, un aumento en la probabilidad de fiscalización hará disminuir la evasión

Por otro lado, es fácil percibir que un cambio en el nivel de la función de castigo afectará directamente el nivel de ingreso declarado, con su correspondiente efecto sobre la evasión.

8. EL PROBLEMA DE LA EVASION DESDE LA PERSPECTIVA DE LA AUTORIDAD RECAUDADORA Y FISCALIZADORA DEL IMPUESTO SOBRE EL INGRESO[8]

La autoridad económica no está interesada realmente en el rendimiento tributario esperado desde un contribuyente individual,[9] más bien le preocupa el rendimiento tributario total o el rendimiento promedio por contribuyente.

Volviendo al modelo básico expuesto, podemos escribir la recaudación esperada total del impuesto sobre el ingreso como

[8] Esta sección se encuentra basada en el artículo de Serge–Christophe Kolm.
[9] Por cierto que existe una preocupación de ética y de justicia por exigir el pago verdadero.

$$R = tX + p\,B\,(I-X) \qquad (21)$$

Es decir, R es igual al impuesto declarado más los pagos de castigos esperados. El contribuyente elige X que depende de t, p y B.

De las secciones anteriores queda la sensación de que se puede obtener cualquier rendimiento deseado a un costo mínimo, reemplazando la fiscalización (haciendo $p = 0$) por una tasa de castigo muy alta (haciendo $B = \infty$). Por cierto, que es absolutamente ridículo pensar en una situación como esta, por ejemplo, no podemos condenar de por vida a una persona a permanecer en la cárcel por evadir impuestos. De aquí se desprende la importancia de cómo se determina B y p. Una salida a la interrogante sería decir que son fijadas por consideraciones éticas y políticas del país.

Sin embargo, la economía del bienestar también tiene una solución que ofrecernos. Esta se expone a continuación, pero debemos definir primeramente algunas variables para este propósito.

$C(p)$ será el costo de detectar la evasión con probabilidad p, dividido por el número de contribuyentes. Los costos, cuando no hay fiscalización, serán iguales a cero, $C(0) = 0$, y constituirán una función creciente de la probabilidad de fiscalización, $dC/dp = C' > 0$.

$T = R - C$, será la recaudación en promedio neta, y se supondrá que es cierta. La recaudación total es empleada en la producción de bienes públicos.

Los contribuyentes son todos idénticos, y la función de utilidad del ciudadano representativo se expresa como $U + V$,[10] donde U corresponde a la utilidad de los bienes privados y V a la de los públicos, y cada categoría de bienes se representa por su valor. El valor de los bienes privados es el ingreso disponible después de deducir impuestos y castigos, el de los bienes públicos se puede expresar como una función de T.

Para el ciudadano individual tanto R y T son valores dados, él no los puede alterar con su acción personal debido a que el número de contribuyentes es grande.

S es la utilidad esperada del ciudadano representativo y se escribe de la siguiente forma:

[10] La forma aditiva de la función de utilidad es solamente por conveniencia matemática y es susceptible de ser reemplazada por alguna otra.

$$S = (1-p)\,U\{I-tX\} + p\,U\{I-tX-B(I-X)\} + V\{T\} = E\{U\} + V \quad (22)$$

$$= (1-p)\,U\{I-tX\} + p\,U\{I-tX-B(I-X)\} + V\{tX + pB(I-X) - C\{p\}\}$$

El problema del contribuyente es maximizar $E\{U\}$ dado **t**, **B** y **p** y el problema de la autoridad económica es seleccionar **t**, **B** y **p** de forma tal que maximicen **S**. Estas tres variables entran en **S** de dos formas: directamente, y mediante la elección del ciudadano $X\{t, p, B\}$.

Las condiciones de primer orden de la maximización de la autoridad económica provienen de derivar parcialmente la siguiente función:

$$S = (1-p)\,U\{I-tX\} + p\,U\{I-tX-B(I-X)\} + V\{tX\{t,B,p\} + p\,B(I-X\{t,p,B\}) - C\{p\}\} \quad (23)$$

Derivándola con respecto a t:

$$\frac{dS}{dt} = -X(1-p)\,U'\{I-tX\} - X\,p\,U'\{I-tX-B(I-X)\} + V'(X + tX_t - pBX_t) = 0$$

$$= -X\,E\{U'\} + V'X + X_t\,V'(t-pB) = 0$$

$$X(V' - E\{U'\}) + V'(t-pB)\,X_t = 0 \quad (24)$$

donde

$$X_t = \frac{dX\{t, B, p\}}{d\,t}$$

Derivando con respecto a B:

$$\frac{dS}{dB} = -(I-X)p\,U'\{I-tX-B(I-X)\} + V'(tX_B + p(I-X) - p\,B\,X_B) = 0$$

$$= p(I-X)\,(V' - U'\{I-tX-B(I-X)\}) + V'(t-pB)X_B = 0 \quad (25)$$

donde

$$X_B = \frac{dX\{t, B, p\}}{d\,B}$$

Derivando con respecto a p:

$$\frac{dS}{dp} = -U\{I-tX\} + U\{I-tX-B(I-X)\} + V'(tX_p + B(I-X) - pBX_p - C') = 0$$

$$U\{I-tX-B(I-X)\} - U\{I-tX\} + V'B(I-X) + V'C' + V'(t-pB)X_p = 0 \quad (26)$$

donde

$$X_p = \frac{d\,X\{t, B, p\}}{d\,p}$$

De estas tres condiciones se obtienen los valores de t, B y p.

Allingham y Sandmo demostraron que si $X < I$, entonces $t - pB > 0$ y $X_B > 0$ y $X_p > 0$.[11] Con estos resultados se puede apreciar que la ecuación (25) permite concluir la relación

$$V' < U'\{I - tX - B(I - X)\}$$

Además, el signo de X_t no está garantizado,[12] pero si aceptamos el signo negativo como el más probable, entonces la ecuación (24) permite obtener $V' - E\{U'\} > 0$, y establecemos las siguientes relaciones

$$U'\{I - tX\} < E\{U'\} < V' < U'\{I - tX - B(I - X)\} \tag{27}$$

Esto significa que, en la elección pública realizada, la utilidad marginal de un peso destinado a bienes públicos es más alta que la de un peso a bienes privados.

Indudablemente que los supuestos utilizados en esta sección pueden alejarse bastante de la realidad, pero, no obstante, el modelo desarrollado nos ilumina respecto de las principales variables envueltas en una solución al problema desde el punto de vista económico.

9. ¿UNA ALTA TASA DE CASTIGO ES UNA BARRERA MAS PODEROSA PARA DETENER LA EVASION TRIBUTARIA QUE UNA ALTA PROBABILIDAD DE FISCALIZACION?[13]

La interrogante que se intenta contestar es si una gran multa con una pequeña probabilidad de fiscalización es un instrumento más poderoso para reducir la evasión tributaria que una combinación de una alta probabilidad de fiscalización con un pequeño castigo.

En un estudio de simulación efectuado por Friedland, Maital y Rutenberg, la respuesta al planteamiento inicial fue afirmativa, aunque el resultado podría estar condicionado por los supuestos.

[11] Estos resultados están implícitos en las ecuaciones (12) y (13).
[12] Véase ecuación (11).
[13] Esta sección se fundamenta en el artículo de Vidar Christiansen.

A continuación se da una contestación teórica a la pregunta inicial. Además de lo dicho, el siguiente modelo presenta una variación con respecto a los anteriores. En la nueva formulación del problema del contribuyente, éste buscará ahora determinar el monto óptimo por evadir, a diferencia del modelo básico en que se determina el monto óptimo por declarar. Lo cierto es que ambos modelos están íntimamente relacionados, y uno es el complemento del otro.

Al efectuar este cambio en la función de objetivo del contribuyente será necesario entrar a definir nuevas variables, y a redefinir algunas de las antiguas. Es lo que viene enseguida.

Z, será el ingreso del individuo representativo, una vez descontado el impuesto y si no existe evasión; es un dato.

Y, será el monto de la cantidad evadida de impuesto sobre el ingreso; es la incógnita del problema.

X + Y, el ingreso disponible, cuando se tiene éxito en la evasión.

p, será la probabilidad de no ser fiscalizado; es un dato.

1−p, la probabilidad de ser fiscalizado; es otro dato.

B, la tasa de castigo aplicada sobre el ingreso no declarado, y que es adicional a la tasa de impuesto que correspondía pagar sobre el ingreso que inicialmente se omite en la declaración. O sea, ahora es posible tener la relación $t > B$. B será conocida para el contribuyente.

El problema central del contribuyente será entonces encontrar el valor de **Y** que maximice

$$E(U) = p\,U(Z + Y) + (1-p)\,U(Z-BY) \tag{28}$$

La condición de primer orden es

$$E' = p\,U'_S - (1-p)\,B\,U'_f = 0 \tag{29}$$ [14]

La condición de segundo orden es

$$E'' = p\,U''_S + (1-p)\,B^2\,U''_f < 0 \tag{30}$$

[14] Para simplificar la notación se han reemplazado los argumentos de las funciones de utilidad y se han reemplazado por subíndices: s denota la situación en que se tiene éxito en la evasión y f, el fracaso.

Como estamos trabajando con el supuesto de aversión al riesgo, U'' es menor que cero.

Consideremos los efectos de cambios en **B** y p sobre el *monto* de lo evadido, **Y**. Dado el objetivo de esta sección, se recordará que habrá alguna relación entre **B** y p; supondremos que p se expresa como una función de **B**.

Luego

$$\frac{dY}{dB} = \frac{-1}{E''}[-(1-p)\,U'_f + (1-p)\,B\,Y\,U''_f + (U'_S + BU'_f)\,p'] \qquad (31)$$

donde p' = dp/dB.

Se tratarán dos *relaciones* posibles entre **B** y p para definir con más precisión que significa una probabilidad de fiscalización pequeña acompañada de un castigo grande.

i) $p - (1-p)\,B$ = constante

ii) $(1-p)\,B$ = constante

La ecuación (i) señala que la ganancia esperada de una dada evasión tributaria es constante. La ganancia esperada es $pY - (1-p)\,BY$. Cuando la constante adopte el valor cero, un *individuo* adverso al riesgo no incurrirá en evasión tributaria.

La ecuación (ii) señala que la multa esperada es constante para una dada evasión de impuestos $(p.0 - (1-p)BY)$.

Derivando parcialmente la función implícita (i), obtenemos

$$\frac{dp}{dB} = \frac{(1-p)}{(1+)}$$

Usando esta expresión en la ecuación (31), llegamos a

$$\frac{dY}{dB} = \frac{(1-p)}{E''}\left[\frac{U'_f}{1+B} - \frac{U'_s}{1+B} - BYU''_f\right] < 0 \qquad (32)$$

Recordemos que E'' y U''_f son ambas negativas y $U'_s < U'_f$

Así se llega a la siguiente conclusión, formulada por Christiansen: "Si el castigo aumenta, pero los esfuerzos para detectar a los evasores de impuesto son ajustados de tal forma que mantengan la ganancia esperada de la evasión tributaria inalterable, los adversos al riesgo reducirán siempre su evasión tributaria". Es decir, una gran multa es un instrumento más eficaz para disminuir la evasión que una probabilidad alta de fiscalización. Este resultado se ve fortalecido si los costos de aplicación del castigo son más bajos que los de aumentar equivalentemente la probabilidad de fiscalización. La pregunta obvia, efectuada ya con anterioridad, es por qué la autoridad tributaria no eleva B hacia infinito, y termina con la evasión. Una respuesta podría ser que ello violaría el principio de que el castigo debe guardar una relación razonable con el delito.

Retomando a la función implícita (ii), ella nos conduce a:

$$\frac{dp}{dB} = \frac{(1-p)}{B}$$

Sustituyendo en (31) se llega a

$$\frac{dY}{dB} = \frac{(1-p)}{-E''}\left[\frac{U'_s}{B} + BYU''_f\right] \qquad (33)$$

Esta expresión no tiene un signo claro. Para saber de qué depende el valor que adopte, escribámosla en términos de la medición de la adversión al riesgo relativa de Arrow–Pratt.

Sea r la razón de castigo definida como $BY/(Z-BY)$, entonces

$$\frac{dY}{dB} = \frac{(1-p)}{-E''}U'_f\left[\frac{(1-p)}{p} - r\,R_R^f\right] \qquad (34)$$

De aquí se desprende que el monto evadido disminuirá cuando B aumente si la probabilidad relativa de fiscalización es más grande que el producto de la razón de castigo y la aversión al riesgo relativa. Si la relación es al revés, el monto evadido aumentará.

Ahora bien, parece razonable suponer que el contribuyente no eligirá Y de una magnitud tal que haga a r muy grande, especialmente si la probabilidad de fiscalización es alta. Por otro lado, la aversión al riesgo relativa se supone a menudo que es del orden de la unidad. Sigue, entonces, que si $(1-p)$ es lo suficientemente alta, $\frac{(1-p)}{p}$ crecerá lo bastante como para dominar a R_R^f.

Así, Christiansen concluye que "Si la tasa de castigo inicial es lo suficientemente pequeña, un aumento en la tasa de castigo dará un incentivo para extender la evasión tributaria cuando la probabilidad de fiscalización se ajusta para mantener el castigo esperado inalterable. Si la tasa de castigo inicial es lo suficientemente grande, un aumento en la tasa de castigo desalentará la evasión tributaria cuando la probabilidad de fiscalización se ajusta para mantener el castigo esperado inalterable".

La evasión tributaria y la maximización del ingreso esperado

En esta sección se revisan los principales resultados sobre evasión tributaria que se derivan de un modelo en que se sustituye la función objetivo del contribuyente del modelo básico, la maximización de la utilidad esperada, por la maximización del ingreso esperado después de impuestos y castigos. Además, incorpora algunas de las modificaciones ya estudiadas como otras nuevas, las cuales se exponen a continuación. Esta nueva versión del modelo de evasión tributaria es la desarrollada por T.N. Srinivasan.

Sea $T\{I\}$ el impuesto por pagar expresado como una función del ingreso verdadero, I. $T'\{I\}$ será la tasa marginal de impuesto, la cual obviamente es mayor que cero y menor que uno.[15] $T''\{I\}$ será supuesta mayor que cero, significando que estamos interesados en estudiar un sistema tributario de estructura progresiva.[16] $T\{0\}$ será igual a cero, o sea, no se paga impuesto cuando el ingreso es cero o $T'\{0\}$ igual cero.

El ingreso no declarado expresado como porcentaje del ingreso verdadero, $(I-X)/I$, será denotado por r. $B\{r\}$, la tasa de castigo como función del cuociente r. Este último lo llamaremos cuociente de subestimación del ingreso verdadero. Se supone que para cualquier r mayor que cero, la tasa de castigo $B\{r\}$ también será mayor o igual a cero. $B'\{r\}$, la tasa marginal de castigo, será positiva, y $B''\{r\}$ también positiva, indicando que la tasa marginal de castigo es creciente con r. Si $B''\{r\}$ es igual a cero, significaría que la tasa marginal de castigo es una constante, por lo tanto, igual a la tasa media de castigo. Para $B\{0\}$ se supone que la tasa de castigo es cero, es decir, cuando no hay evasión no hay castigo.

$B\{r\}\,r\,I$ nos determina el valor monetario del castigo aplicado sobre el ingreso no declarado, $r\,I$.

[15] Esto significa que no consideraremos la posibilidad de que haya un impuesto negativo sobre el ingreso.

[16] Si $T''\{I\} = 0$, querría decir que la estructura tributaria es proporcional, como la considerada en el modelo básico, con $T'\{I\}$ igual a una constante.

La probabilidad de ser investigado y sorprendido en la acción de evasión es **p**, por consiguiente, $(1-p)$ es la probabilidad de tener éxito en la evasión, ambas se suponen conocidas por el contribuyente.

El contribuyente quedaría con un nivel de ingreso $I - T\{(1-r)I\}$ si él no es fiscalizado después de declarar y pagar el impuesto, y con $I - T\{I\} - r\,B\{r\}I$ si es fiscalizado.

El problema del contribuyente se reduce a encontrar el valor de r que maximice el ingreso esperado tras descontar impuesto y castigo:

$$E\{I\} = p(I - t\{I\} - rB\{r\}I) + (1-p)\,(I - t\{(1-r)\,I\}) \qquad (35)$$

La condición de primer orden nos da:

$$\frac{dE\{I\}}{dr} = -p\,(B\{r\} + rB'\{r\})I + (1-p)\,I\,t'\{(1-r)I\} = 0 \qquad (36)$$

o

$$\equiv L(r, I, p) \qquad (37)$$

Enseguida derivaremos parcialmente la función L con respecto a sus argumentos.

$$\frac{dL}{dr} = -p(2B'\{r\} + r\,B''\{r\})I - (1-p)I^2 t''\{(1-r)I\} < 0 \qquad (38)$$

La derivada anterior nos entrega la condición de segundo orden para un máximo.

$$\frac{dL}{dp} = -(B\{r\} + r\,B'\{r\})I - I\,t'\{(1-r)I\} < 0 \qquad (39)$$

y

$$\frac{dL}{dI} = -p(B\{r\} + rB'\{r\}) + (1-p)t'\{(1-r)I\} + (1-p)I\,t''\{(1-r)I\}(1-r) \qquad (40)$$

Para conocer el signo de la ecuación (40) es necesario usar la ecuación (36), que nos dice que el primer término es igual al segundo. Luego, sustituyendo en el segundo término de la ecuación (40), llegamos a:

$$\frac{dL}{dI} = p\,B'\{r\}(1-r) + I\,(1-p)\,(1-r)\,T''\{(1-r)I\} > 0 \qquad (41)$$

Posteriormente, Srinivasan nos brinda una proposición y tres corolarios. La proposición establece que bajos los supuestos adoptados existe un único r* con valor entre 0 y 1 el cual maximiza el ingreso esperado después de impuestos y castigos. Es decir, existe una única solución.

El primer corolario dice que r* disminuye cuando la probabilidad de fiscalización aumenta, o:

$$\frac{dr^*}{dp} = - \frac{(dL/dp)}{(dL/dr)} < 0$$

El segundo corolario dice que r* aumenta cuando el nivel de ingreso del contribuyente aumenta, dada una estructura tributaria progresiva y una probabilidad de fiscalización que es independiente del ingreso, o.

$$\frac{dr^*}{dI} = - \frac{(dL/dI)}{(dL/dr)} > 0$$

La proposición y el primer corolario se mantienen verdaderos si la probabilidad de fiscalización es una función del ingreso. El segundo corolario no se mantiene verdadero necesariamente cuando p es una función creciente del ingreso.

A raíz de lo anterior nace el tercer corolario que señala: Si la tasa marginal de impuesto es constante y p es una función creciente del ingreso, entonces r* disminuye cuando el ingreso aumenta.

Es interesante observar que dos planteamientos diferentes para la función de objetivo, que conducen a valores matemáticos diferentes,[17] producen algunos resultados que tienen la misma dirección, por ejemplo, el primer corolario. También la segunda función de objetivo puede llevar, en ciertos casos a resultados específicos que no se originan con la primera, por ejemplo, con variaciones en la variable de ingreso verdadero.

Este mismo modelo se utiliza para demostrar una proposición 2 que dice: Dada una tasa de castigo, B (r), progresivamente creciente, con B (0) = 0; una probabilidad de fiscalización, p, independiente del nivel de ingreso, y una función tributaria progresiva (con una tasa marginal y media de impuesto igual a cero para un ingreso igual a cero) que rinde la misma recaudación total que una función tributaria proporcional en la ausencia de subdeclaración del ingreso, rendirá menos recaudación y castigos esperados en la presencia de una subestimación óptima del ingreso.

[17] Véase Henderson y Quandt, *Microeconomic Theory*, p. 119.

De lo anterior se desprendería que tasas marginales de impuesto crecientes actuarían como un incentivo a la evasión de impuestos.

Por último, se investiga en este trabajo el tema de la asignación de recursos para la fiscalización de la subdeclaración de ingresos. Se supone que p es una función creciente y cóncava de una variable Z, la cual representa la cantidad gastada en el examen de una declaración de impuestos. También, se presume que Z es la misma para cada una de las declaraciones. Dada una función de impuesto t(I) el Gobierno maximizará la diferencia entre el costo del examen y la recaudación y castigos esperados. Así se llega a que se debe satisfacer la condición de que el producto marginal en términos de recaudación y castigos esperados por unidad de aumentos del gasto en el examen por declaración sea igual a 1.

Otros avances en la modelación de la evasión tributaria

A continuación se mencionarán otros desarrollos efectuados en el campo de la evasión tributaria.[18]

Allingham y Sandmo nos proveen con el análisis dinámico de su modelo de evasión y responden la pregunta de si el ingreso declarado aumentará o disminuirá a través del tiempo, dado que los parámetros están fijos. En este caso, la esencia del problema es que si el individuo es sorprendido evadiendo impuestos hoy día, serán revisadas sus declaraciones pasadas y recibirá la correspondiente sanción acumulada.

Sandmo incorpora la evasión tributaria dentro del análisis de la tributación óptima del ingreso. Se estudian los efectos sobre la oferta de trabajo y los problemas de equidad y eficiencia implicados.

Por último, cabe mencionar que estos modelos se relacionan con la teoría económica sobre los delitos, sus beneficios y sus costos. O sea, están conectados con estudios más generales cuyo origen se puede asociar con el trabajo de Becker.

Conclusiones

Del análisis teórico del problema de la evasión tributaria se infiere que los contribuyentes pueden determinar un nivel óptimo de evasión, la cual va a depender de múltiples variables, como son: el nivel de ingreso verdadero, el tipo de sistema tributario, la tasa marginal de impuesto, la tasa de castigo, factores no pecuniarios (como el prestigio), la probabilidad de fiscalización, la función de objetivo, etc.

[18] Se deja al lector averiguar la solución y los resultados del problema.

La teoría plantea que la respuesta del contribuyente frente a variaciones en la tasa de castigo y la probabilidad de fiscalización es directa. Es decir, la evasión disminuye cuando estas variables se incrementan. La respuesta a cambios en las otras variables es menos clara, ya que obedece a diversas causas, por ejemplo, la tasa de cambio de la aversión al riesgo. A pesar de ello, las conclusiones no dejan de ser interesantes.

Además, el Gobierno tiene en sus manos la posibilidad de alterar las tasas de castigo y la probabilidad de fiscalización, convirtiéndolas de esta forma en instrumentos de política. Aumentar la probabilidad de fiscalización conlleva necesariamente un gasto de recursos; pero es menos directo en el caso de aumentar la tasa de castigo. De allí se deduce que los costos de aumentar las tasas de castigo parecen menores que los de aumentar la probabilidad de fiscalización. También los contribuyentes reaccionan disminuyendo más su evasión frente a un aumento en la tasa de castigo.

ANEXO I

Decisiones bajo incertidumbre (riesgo)

Tomar una decisión bajo incertidumbre significa que las personas no son capaces de conocer por anticipado cuál será el resultado de la decisión o elección particular que se tome. Por ejemplo, un agricultor que decide sembrar una cierta cantidad de trigo hoy no sabe con certeza cuanto cosechará en el período siguiente, ya que su resultado se verá influenciado por variables sobre las cuales él no tiene ningún control, el clima, la polución, etc. Por cierto, también hay variables que nuestro agricultor controla, como la calidad de la semilla, aplicación de fertilizantes, etc.

Normalmente se dice que los resultados específicos que se produzcan dependen del *estado del mundo* que ocurra. Indudablemente que el agente que toma la decisión no tiene capacidad alguna para forzar que algún determinado *estado del mundo* se presente.

En la teoría de las decisiones bajo incertidumbre, se plantea que los agentes que hacen elecciones pueden calcular y conocer la probabilidad de que un determinado *estado del mundo* ocurra. Por ejemplo, nuestro agricultor puede estimar que hay un 50 por ciento de probabilidad que el año sea seco, un 30 por ciento que haya lluvias normales y un 20 por ciento que sea un año lluvioso. Cada una de estas probabilidades tendrá asociada una cantidad particular de cosecha, llamémosla X_1, X_2 y X_3, respectivamente. Entonces, él ahora podrá calcular resultados esperados. Su cosecha esperada, $E\{X\}$, será:

$$E\{X\} = 0{,}5X_1 + 0{,}3X_2 + 0{,}2X_3$$

Esta teoría, entonces estudia la toma de decisiones basada en valores esperados.

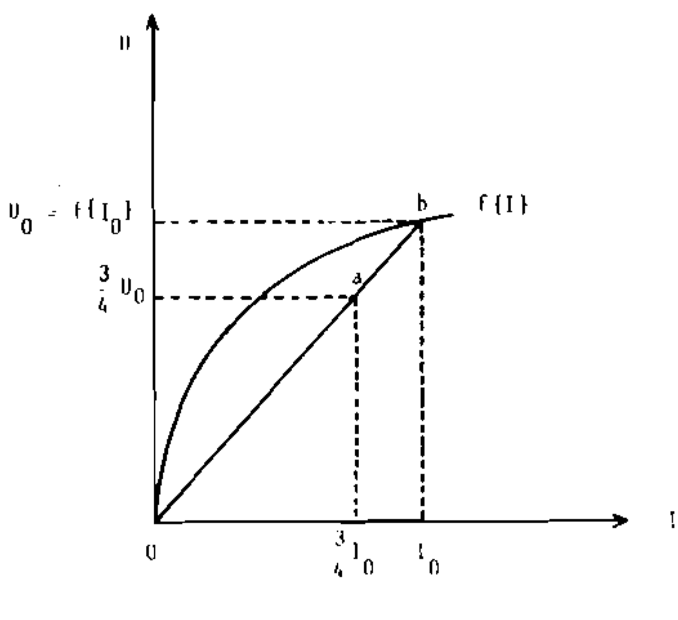
En la literatura se ha realizado una distinción entre riesgo e incertidumbre. Se habla de *riesgo* cuando las personas están en condiciones de asociar una probabilidad a los posibles resultados (sean correctas o incorrectas), y de *incertidumbre* cuando no es posible asociar una probabilidad. Por lo tanto, de acuerdo con esta diferenciación de conceptos, analizaremos la toma de decisiones de *riesgo*.

Enfocaremos el análisis desde el punto de vista del comportamiento de un consumidor, ya que nuestra aplicación así lo exige.

Consideremos un individuo cuya función de utilidad depende únicamente de su ingreso, o sea, $U = f(I)$. Esta función tendrá pendiente positiva, $U' > 0$. Además, supongamos, por el momento, que $U'' < 0$, es decir, la segunda derivada de U con respecto a I es negativa o la utilidad marginal del ingreso es decreciente. El gráfico A-1 contiene la representación de una función de utilidad que cumple las condiciones anteriores.

Gráfico A – 1

Función de utilidad total



Supongamos que cada posible acción adoptada por el consumidor puede rendir uno de los dos diferentes niveles de ingreso. Uno de ellos puede ser cero peso, y el otro, I_0 pesos. El consumidor asigna las probabilidades a cada uno de los resultados de acuerdo con la información que él posea. Para ejemplificar, coloquemos que la probabilidad de 0 pesos es 1/4 y que la probabilidad I_0 pesos es 3/4.

Definiremos como utilidad esperada al índice de utilidad asociado a un resultado incierto. Siguiendo el ejemplo indicado anteriormente, nosotros estamos interesados con la determinación de la utilidad esperada de una acción, la cual rinde cero pesos con probabilidad 1/4 y I_0 pesos con una probabilidad 3/4. El problema se puede mirar de la siguiente forma: Cuando el consumidor recibe cero pesos, obtiene un ingreso que le reporta una utilidad cero, y cuando recibe I_0 pesos él tiene un ingreso que le reporta una utilidad U_0. Entonces, la utilidad esperada es simplemente un promedio ponderado de las utilidades de los dos niveles de ingresos contenidos en la acción, donde las ponderaciones son las probabilidades respectivas. De esta manera, la utilidad esperada de la acción es $1/4 \cdot 0 + 3/4 \cdot U_0 = (3/4)\, U_0$.

Definiremos como ingreso esperado a la suma ponderada de los ingresos implicados en la acción, donde las ponderaciones corresponden a las respectivas probabilidades. En el ejemplo anterior, tenemos $1/4 . 0 + 3/4\, I_0 = 3/4\, I_0$. Si unimos los dos puntos sobre la función de utilidad total, que corresponden a los dos niveles de ingreso, con una línea recta obtenemos el rayo 0b. La particularidad de los puntos que yacen exactamente sobre este rayo es que sus coordenadas nos entregan ingresos esperados y sus correspondientes utilidades esperadas. A manera de ejemplo observe el punto a en el gráfico A-1. La demostración puede hacerse utilizando la ley de los triángulos similares.

El consumidor preferirá las acciones con un índice de utilidad esperada más alta a aquellas con un índice más bajo. La utilidad esperada de una acción con resultados inciertos depende de: i) los niveles de ingreso posibles, y ii) las probabilidades de estos ingresos. En general, cambios en cualquiera de estos dos factores producirán un nivel distintos de utilidad esperada.

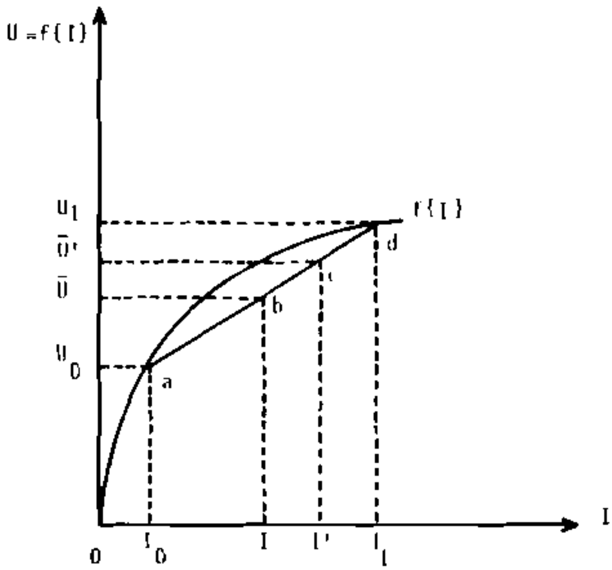
Un cambio en las probabilidades asignadas a los ingresos que tiene como efecto aumentar el ingreso esperado de la acción siempre aumentará la utilidad esperada de ésta.

En el caso de solo dos niveles de ingreso posible como resultados y de que estos son mantenidos fijos, el ingreso esperado aumentará únicamente si la probabilidad del nivel de ingreso más alto, sube. En consecuencia, la utilidad esperada de esta segunda acción será más alta que la de la primera. Esto queda reflejado en el gráfico A-2, donde I es el ingreso esperado de la primera acción e I' es el de la segunda acción. Los ingresos posibles que se mantienen fijos son I_0 e I_1, las probabilidades en la primera acción son 0,5 y 0,5 en la segunda 0,25 y 0,75, respectivamente, y $\bar{U}$ es la utilidad esperada de la primera acción, y $\bar{U}'$ es la de la segunda.

Lo dicho anteriormente se puede resumir diciendo que: entre dos acciones que tienen idénticos ingresos posibles, el consumidor elegirá siempre aquella que tiene el ingreso esperado más alto.

Gráfico A–2

Efectos de un cambio en las probabilidades



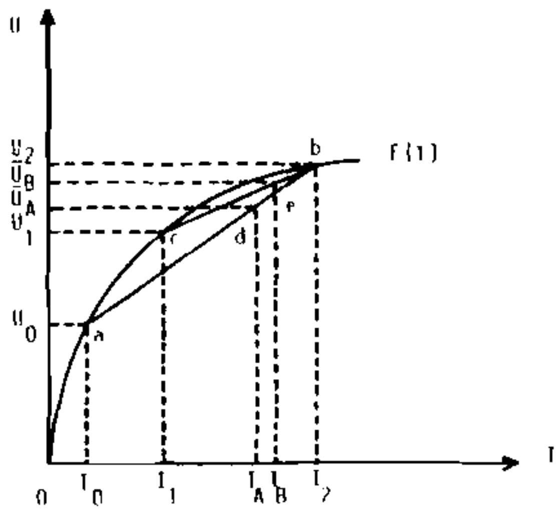
Si la probabilidad de I_1 fuese la máxima, es decir, 1, entonces el ingreso esperado será I_1 y la utilidad esperada será U_1. Cuando la probabilidad de un ingreso posible (I_1) es 1, es lo mismo que decir que la acción realizada produce siempre el mismo ingreso. Por lo tanto, en este caso, no existe incertidumbre y la utilidad esperada es la misma obtenida en el caso ordinario (con certidumbre).

Consideremos, ahora, una situación en la cual las probabilidades serán conservadas constantes, pero cambiaremos los ingresos posibles. Por ejemplo, consideremos dos acciones cuyos resultados implican los siguientes ingresos posibles. Acción A: I_0, I_2 y acción B: I_1, I_2, donde estos ingresos guardan la siguiente relación $I_0 < I_1 < I_2$. Las probabilidades son en ambos casos 0,25 y 0,75, respectivamente. El gráfico A–3 nos brinda la representación de estos antecedentes y nos servirá para ejecutar la comparación entre ambas acciones.

Para determinar la utilidad esperada de estas dos acciones, tracemos las líneas rectas que unan los puntos ab y cb, respectivamente. Luego, calculemos los ingresos esperados correspondientes y llamémoslos I_A y I_B. La utilidad esperada de A se ubica en el punto d y la de B en el punto e. La conclusión define que el individuo prefiere la acción B, ya que presenta un ingreso esperado mayor que la acción A. El mismo resultado se mantiene si los ingresos posibles de la acción A son: I_0, I_1 y de la acción B: I_0, I_2 y tienen la siguiente relación $I_0 < I_1 < I_2$, o la acción A es: I_0, I_2 y la B: I_1, I_3 y la relación es $I_0 < I_1 < I_2 < I_3$.

Gráfico A–3

Efectos de un cambio en los ingresos posibles

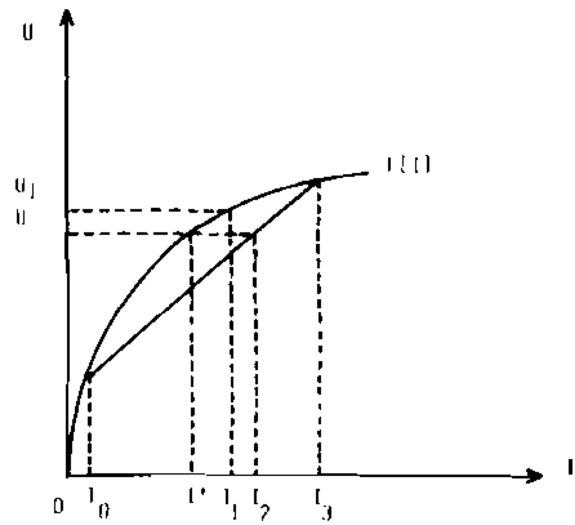


Las líneas ab y cb en el gráfico A–3 pueden ser denominadas funciones de utilidad esperada parcial, y ellas nos indicarían la utilidad esperada de todas las acciones que tengan ingresos posibles iguales a los puntos indicados en el eje (horizontal) del ingreso, directamente debajo de los puntos extremos señalados. Esto sucede debido a que los ingresos posibles son fijos y la utilidad esperada depende únicamente del ingreso esperado de la acción, el cual yace necesariamente en este intervalo.

El análisis desarrollado en las páginas anteriores también nos permite comparar resultados inciertos con resultados ciertos. Un resultado cierto que rinde un ingreso I_1 puede ser planteado como una acción que rinde resultados posibles I_0 e I_1 con probabilidades iguales a cero y uno, respectivamente. De nuevo, lo que interesa conocer es cual es la acción que preferirá el consumidor. Tomemos el siguiente ejemplo, supongamos un consumidor que elige entre dos acciones alternativas, A y B, con los siguientes resultados posibles: acción A, I_0 e I_3, con un ingreso esperado I_2; acción B un ingreso cierto igual a I_1. La relación entre los ingresos es $I_0 < I_1 < I_2 < I_3$. En el gráfico A–4 podemos ver que el consumidor prefiere la acción B, con un resultado cierto. Obsérvese que el ingreso esperado es mayor que el ingreso cierto.

Gráfico A–4

Comparación entre resultados ciertos e inciertos



Es interesante remarcar el hecho de que el consumidor del gráfico A–4 prefirió un ingreso cierto I_1 a un ingreso esperado mayor I_2. Esta decisión que podría parecer irracional, en realidad no lo es, y tiene su justificación en términos de la actitud de los consumidores frente al riesgo. Las personas, en general, tienden a evitar el riesgo y muchas veces ellas están dispuestas a pagar un precio para eludirlo, normalmente se les llama adversas al riesgo. En el ejemplo, la persona está perdiendo $I_2 - I_1$ pesos por la decisión que adoptó, pero eso es como una remuneración pagada para no soportar riesgo.

Ahora bien, si el ingreso cierto I_1 desciende al nivel I', entonces ambas acciones serían equivalentes a los ojos de nuestro consumidor, le proporcionarían el mismo nivel de utilidad total. Es importante que usted fije en su mente el método para establecer el nivel de ingreso de equivalencia (la proyección del nivel de utilidad esperada hasta la función de utilidad total, y posteriormente al eje del ingreso). Un elemento que juega un rol fundamental en el nivel de I' es la curvatura de la función de utilidad, que, a su vez, determina el grado de aversión al riesgo, como se verá más adelante.

Si el ingreso cierto hubiese sido inferior a I', entonces, el consumidor habría preferido la acción A en vez de la B. Por cierto, que esto no significa que el consumidor haya dejado de ser adverso al riesgo, solamente ha ocurrido que el precio que debería pagar por no tomar riesgo es muy alto y, por lo tanto, decide no cancelarlo.

La conclusión principal de lo expuesto más arriba es que la aversión al riesgo no es una propiedad absoluta de la conducta del consumidor, sino más bien relativa. Es decir, el consumidor adverso al riesgo bajo ciertas circunstancias decidirá tomar riesgo, y bajo otras no lo hará.

El ejemplo más comúnmente usado en la literatura sobre aversión al riesgo es la compra de seguros. Supongamos un consumidor que tiene un ingreso anual de I_3 pesos derivados del arrendamiento de unos bienes raíces, en caso de que ocurra un incendio su ingreso caerá a I_0. El consumidor puede asignar una probabilidad de que ocurra un incendio, conociendo simultáneamente la probabilidad de que no ocurra, con ello puede entonces calcular su ingreso esperado I_2. Supongamos que existe un seguro para el caso de riesgo de incendio el cual paga al consumidor, en caso de que suceda el siniestro, un ingreso igual a la diferencia $I_3 - I_0$. Si la prima de este seguro no es muy cara, nuestro consumidor decidirá comprarlo. La pregunta típica que sigue en la ilustración es ¿cuál es la prima más alta que el consumidor deseará pagar por el seguro? La respuesta es que el consumidor pagará una prima tal que lo deje con un ingreso anual cierto, cuya utilidad no sea menor que la utilidad esperada de su ingreso esperado. Una prima ubicada en el tramo $I_3 - I_1$ pesos cumple esta condición. Esto es así, debido a que el seguro le garantiza al consumidor un ingreso bruto de I_3 pesos con certidumbre, si a esto le rebajamos el costo del seguro ($I_3 - I_1$ pesos), el consumidor queda con un ingreso neto de I_1 pesos. Como se observa en el gráfico A-1 $U_1 > \overline{U}$, por lo tanto, el consumidor prefiere tomar el seguro a enfrentar la situación riesgosa, a pesar de que esta última tiene un ingreso esperado más alto.

Así como hay personas adversas al riesgo, también existen aquellas que son amantes del riesgo y otros que son neutros. A continuación se procederá a definir en forma más rigurosa estos conceptos.

Adversión al riesgo

Se dice que un individuo es adverso al riesgo cuando se cumple que:

$U[E(I)] > E[U(I)]$

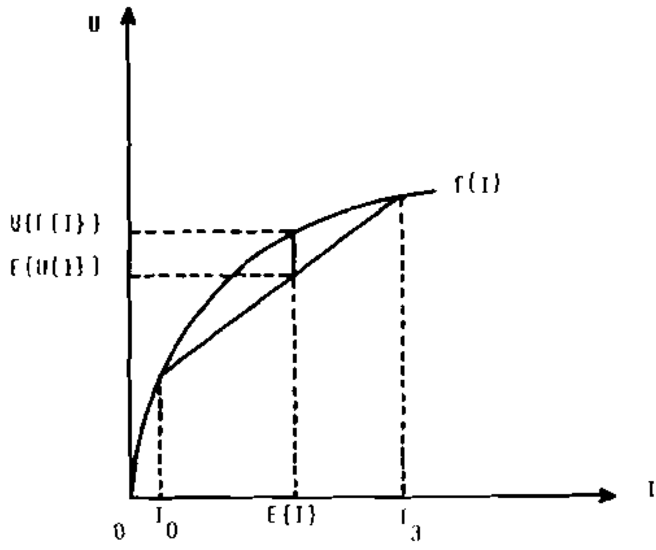
Donde la letra E denota a la esperanza matemática, $E\{I\}$ es el ingreso esperado, $U\{E\{I\}\}$ es la utilidad del ingreso esperado y $E\{U\{I\}\}$ es la utilidad esperada. Por lo tanto, la condición anterior se puede escribir también como:

$$U\{pI_0 + (1-p)I_3\} > p\,U\{I_0\} + (1-p)\,U\{I_3\}$$

donde p y (1–p) representan a las probabilidades de los ingresos posibles. En el gráfico A–5 entregamos la presentación gráfica de la condición anterior.

Gráfico A–5

Individuo adverso al riesgo



Como se puede apreciar, la función de utilidad de un individuo adverso al riesgo tiene una utilidad marginal del ingreso positiva y decreciente, es decir, $U' > 0$ y $U'' < 0$. Más adelante se verá el problema de cómo medir el grado de adversión al riesgo, el cual depende gráficamente de la curvatura de la función de utilidad total.

Atracción al riesgo

Se dice que un individuo siente atracción por el riesgo o es un amante del riesgo cuando se cumple que:

$$U\{E\{I\}\} < E\{U\{I\}\}$$

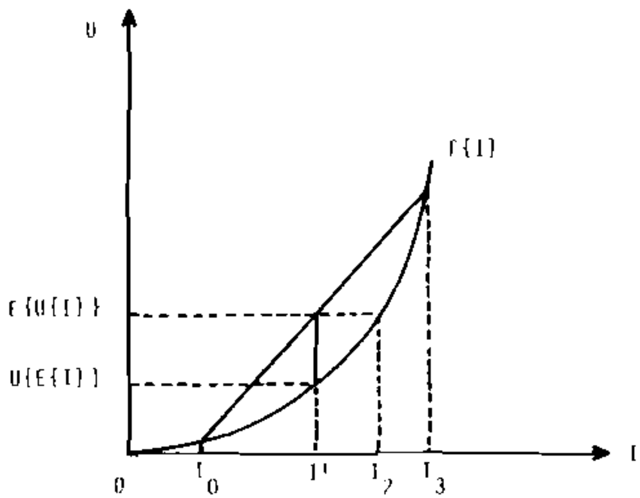
es decir, la utilidad del ingreso esperado es menor que la utilidad esperada. En una notación más desagregada, lo podemos escribir como:

$$U\{pI_0 + (1-p)I_3\} < p\,U\{I_0\} + (1-p)\,U\{I_3\}$$

En el gráfico A–6, ilustramos gráficamente la condición anterior.

Gráfico A–6

Individuo amante del riesgo*



De la figura vemos que la utilidad marginal del ingreso es positiva y creciente, o sea, $U' > 0$ y $U'' > 0$. También podemos deducir que esta persona preferirá la acción con resultado incierto, aun cuando el ingreso cierto sea mayor que el ingreso esperado. Esto ocurrirá para cualquier nivel de ingreso cierto ubicado en el intervalo $I' < I_c < I_2$ (I_c = ingreso cierto). Habrá indiferencia en la elección de las acciones ciertas e inciertas, si el ingreso cierto es exactamente igual a I_2. Por último, se preferirá la acción cierta siempre y cuando el ingreso cierto sea estrictamente superior a I_2. Recuérdese que la decisión se toma comparando la utilidad esperada que corresponde al ingreso esperado y la utilidad del ingreso cierto; la que presente el índice de utilidad más alto es la que se selecciona.

*I' = E{I} = ingreso esperado.

Neutralidad al riesgo

Se dice que un individuo es neutro con respecto al riesgo, cuando se cumple

$$U\{E\{I\}\} = E\{U\{I\}\}$$

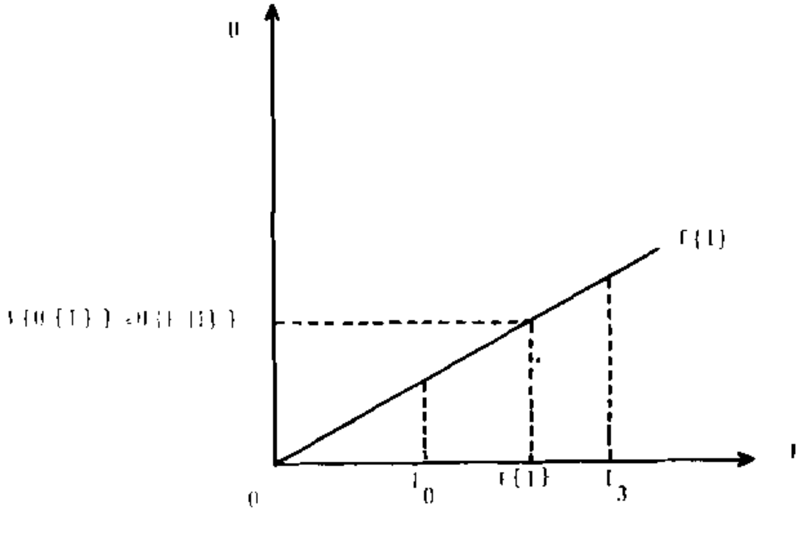
es decir, la utilidad del ingreso esperado es igual a la utilidad esperada. Más desagregadamente se tiene:

$$U\{pI_0 + (1-p)I_3\} = p\,U\{I_0\} + (1-p)\,U\{I_3\}$$

En el gráfico A–7, se muestra gráficamente la condición anterior.

Gráfico A–7

Individuo neutro al riesgo



en este caso, la utilidad marginal del ingreso es positiva y constante, es decir $U' > 0$ y $U'' = 0$. La acción que se escoja bajo el supuesto de neutralidad al riesgo dependerá del nivel de ingreso asociado con cada una de ellas. Claramente se refleja en la figura que, si el ingreso esperado es mayor que el ingreso cierto, se selecciona la acción incierta. Al contrario, si el ingreso cierto es mayor que el esperado, se escoge la acción cierta. Cuando ambos ingresos son iguales, el consumidor será indiferente entre ambas.

Medición de la adversión al riesgo

Para medir la adversión al riesgo, se han desarrollado dos instrumentos: uno se conoce con el nombre de la medición absoluta de la adversión al riesgo Arrow–Pratt, y el otro, como la medición relativa de la adversión al riesgo de Arrow–Pratt.

La medición absoluta de la adversión al riesgo de Arrow–Pratt, ($R_A\{I\}$), se realiza calculando:

$$R_A\{I\} = -\frac{U''\{I\}}{U'\{I\}}$$

Para las personas que son adversas al riesgo, este cuociente es positivo, ya que $U''\{I\} < 0$. Las personas amantes del riesgo tendrán un valor negativo para esta razón, ya que $U'\{I\} > 0$ y $U''\{I\} > 0$. Por último, para las personas que son neutras con respecto al riesgo, $R_A\{I\} = 0$, debido a que $U''\{I\} = 0$.

Para un consumidor adverso al riesgo, mientras más alto sea el valor de $R_A\{I\}$, mayor será su adversión al riesgo y viceversa.

El coeficiente $R_A\{I\}$ tiene la propiedad de que no es afectado por una transformación lineal arbitraria de la función de utilidad.

La medición relativa de la adversión al riesgo de Arrow–Pratt, ($R_R\{I\}$), es un indicador alternativo a la medición absoluta y que tiene sus mismas propiedades. La fórmula de cálculo es:

$$R_R\{I\} = I \cdot R_A\{I\} = -\frac{I\,U''\{I\}}{U'\{I\}} = \cdot \frac{d\,U'\{I\}}{dI} \cdot \frac{I}{U'\{I\}}$$

la letra d significa en esta expresión, derivada total. Observe que la medición relativa es igual a la medición absoluta multiplicada por el ingreso. Note también que $R_R\{I\}$ no es más que una elasticidad, la elasticidad ingreso de la utilidad marginal del ingreso.

Si $R_R\{I\} > 0$ el individuo es adverso al riesgo

Si $R_R\{I\} = 0$ el individuo es neutral al riesgo

Si $R_R\{I\} < 0$ el individuo es amante del riesgo.

Cuando $R_R\{I_1\} > 0$, mientras más alta la elasticidad ingreso de la función de la utilidad marginal del ingreso, mayor será el grado de adversión al riesgo del individuo.

BIBLIOGRAFIA

Allingham, M.G. y A. Sandmo, "Income tax evasion: A theoretical analysis, en *Journal of Public Economics*, 1, 1972: 323–338.

Becker, G.S., Crime and punishment: An economic approach, en *Journal of Political Economy*, 76, 1968:169–217.

Brown, C.V. y P.M. Jackson, Public sector economics, Martin Robertson, capítulo 13.

Christiansen, V., Two comments on tax evasion, Journal of Public Economics 13, 1977: 389–401.

Friedland, N.; S. Maital y A. Rutenberg, A simulation study of income tax evasion, en *Journal of Public Economics* 10, 1978: 107–116.

Friedman, M. y L.J. Savage, The utility analysis of choices involving risk, en *Journal of Political Economy* 56, 1958: 279–304.

Hadar, Josef, Elementary theory of economic behavior, Addison Wesley Publishing Company, capítulo 13, 1966.

Henderson, J. y R. Quandt, Microeconomic theory: A mathematical approach, 3a. ed., McGraw Hill Book Company, capítulos 3 y 5.

Herber, B.P., Modern public finance: The study of public sector economics, 3a. ed., Richard D. Irwin, Inc., capítulo 7.

Hey, J., Uncertainty in microeconomics, New York University Press.

Kolm, S. Ch., A note on optimum tax evasion, en *Journal of Public Economics* 2, 1973: 265–270.

Sandmo A., Income tax evasion, labor supply, and the equity–efficieucy tradeoff, en *Journal of Public Economics* 16, 1981: 265–288.

Srinivasan, T.N., Tax evasion: A model, en *Journal of Public Economics* 2, 1973: 339–346.

Yitzchaki, S., A note on income tax evasion: A theoretical analysis, en *Journal of Public Economics* 3, 1974: 201–202.